

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Инженерно-технический институт
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
И.о. директора института



Т. В. Пасько
«17» июня 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине Б1.О.19 Теория чисел

Направление подготовки/специальность: 01.03.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Искусственный интеллект и моделирование

Уровень высшего образования: бакалавриат

Квалификация: Бакалавр

год набора: 2026

Автор программы:

Кандидат физико-математических наук, доцент Панасенко Елена Александровна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 - Математика (уровень бакалавриата) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 8).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «16» июня 2026 г. Протокол № 11

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Инженерно-технического института, Протокол от «17» июня 2026 г. № 10.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата.....	5
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....	11
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	15
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	17
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	18

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ПК-7 Способен использовать систематические теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования

1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский
- педагогический

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сферах: 01 Образование и наука (в сфере общего, профессионального и дополнительного профессионального образования; в сфере научных исследований), 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта)	Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия	Индикаторы достижения компетенций
	ПК-7 Способен использовать систематические теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования	Адекватно применяет математические средства и методы при решении исследовательских задач в области образования
	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Анализирует поставленную задачу, строит типовую математическую модель конкретного изучаемого явления

1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения				
		Очная (семестр)				
		1	2	3	4	5

1	Введение в математический анализ	+	+	+		
2	Линейная алгебра и геометрия			+	+	+
3	Математический анализ				+	+
4	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)				+	
5	Основы высшей алгебры	+	+			

ПК-7 Способен использовать систематические теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования

№ п/п	Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи	Форма обучения			
		Очная (семестр)			
		1	3	4	7
1	PyTorch	+			
2	История математики	+			
3	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)			+	
4	Основы программирования на C++	+			
5	Современные технологии программирования		+		
6	Функционально-дифференциальные уравнения и включения				+

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата:

Дисциплина «Теория чисел» относится к обязательной части учебного плана ОП по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Дисциплина «Теория чисел» изучается в 3 семестре.

3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 4 з.е.

Очная: 4 з.е.

Вид учебной работы	Очная (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	144

Контактная работа	64
Лекции (Лекции)	32
Практические (Практ. раб.)	32
Самостоятельная работа (СР)	44
Экзамен	36

3.2.Содержание курса:

№ темы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час.			Формы текущего контроля
		Лек ции	Пра кт. раб.	СР	
		О	О	О	
3 семестр					
1	Теория делимости на множестве целых чисел	8	8	10	Выполнение практических заданий; Контрольная работа
2	Теория сравнений	4	4	6	Выполнение практических заданий
3	Многочлены от одной переменной	4	4	10	Выполнение практических заданий
4	Корни многочленов	4	4	6	Выполнение практических заданий
5	Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены	4	4	4	Выполнение практических заданий
6	Многочлены над полями комплексных и действительных чисел	4	4	4	Выполнение практических заданий
7	Многочлены над полем рациональных чисел	4	4	4	Выполнение практических заданий; Контрольная работа

Тема 1. Теория делимости на множестве целых чисел (ОПК-1)

Лекция.

Отношение делимости на множестве целых чисел и его свойства. Деление с остатком. Наименьшее общее кратное (НОК). Наибольший общий делитель (НОД). Простейшие свойства НОД и НОК. Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел. Использование алгоритма Евклида для доказательства свойств НОД и НОК. Взаимно простые числа. Определение и свойства простых чисел. Основная теорема арифметики. Мультипликативные функции. Функция Эйлера и ее свойства.

Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

1. 1. Определить, являются ли простыми числа 7469, 7470 и 7473.
2. 2. Найдите НОД и НОК двумя способами: используя алгоритм Евклида; каноническое разложение.
а) 6494 и 12606; б) 756, 1348 и 1760.
3. 3. Докажите, что если p – простое, то $p^2 - 5$ не делится на 8.
4. 4. Докажите, что числа $7k$, $7k+4$, $7k+5$ одновременно простыми быть не могут.
5. 5. Найдите все p такие, что p , $p^2 - 6$, $p^2 + 6$ являются простыми.
6. 6. Числа p и $2p+1$ простые ($p > 3$). Докажите, что число $4p + 1$ составное.
7. 7. Найдите трехзначное число, если его произведение на 7 является кубом натурального числа.
8. 8. Докажите теорему Дирихле для прогрессии

Задания для самостоятельной работы.

- 1 Систематическая запись числа по основанию $g^3 2$.
- 2 Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена.
- 3 Теорема Дирихле.
- 4 Целая и дробная части числа. Разложение $n!$ на простые множители.
- 5 Цепные дроби.
- 6 Углубленное изучение материалов темы.

Тема 2. Теория сравнений (ОПК-1)

Лекция.

Сравнения и их свойства. Множество классов вычетов. Полная и приведенная система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения с переменной. Сравнения первой степени и неопределенные уравнения. Системы сравнений первой степени. Порядок числа и класса вычетов по модулю. Первообразные корни. Индексы по простому модулю. Основные свойства индексов. Применение индексов к решению сравнений. Двучленные сравнения по простому модулю; таблицы индексов и их применение. Понятие о степенных вычетах. Квадратичные вычеты и невычеты.

Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

Некоторые типовые задания.

- 1 Найти остаток от деления: а) 1349 на 24; б) 379821 на 17; в) $2530 + 3510 - 4$ на 28.
- 2 Решить сравнения, предварительно установив количество решений:
а) $5x \equiv 2 \pmod{8}$; б) $115x \equiv 85 \pmod{355}$; в) $9x \equiv 3 \pmod{18}$.
3. Для перевозки зерна имеются мешки по 60 и 80 кг. Сколько нужно тех и других мешков для перевозки 440 кг зерна?
4. Найти числа, которые при делении на 7, 13 и 17, дают в остатке 4, 9 и 1, соответственно.
5. Найти порядок числа 10 по модулю 77.
6. Найти порядок числа $m-1$ по модулю m .
7. Доказать, что число 5 является первообразным корнем по модулю 7 и составить таблицу индексов по модулю 7.

8. С помощью индексов решить сравнение $46x \equiv 7 \pmod{79}$.
9. Решить двучленное сравнение $23x \equiv 37 \pmod{41}$.

Задания для самостоятельной работы.

Изучить арифметические приложения теории сравнений:

- 1 Конечные систематические дроби.
- 2 Бесконечные систематические дроби.
- 3 Нахождение остатков при делении на заданное число.
- 4 Признаки делимости.

Тема 3. Многочлены от одной переменной (ОПК-1)

Лекция.

Многочлены от одной переменной x . Алгебраическая и функциональная точки зрения на многочлен. Понятие алгебраического и трансцендентного элементов. Деление с остатком в кольце. Схема Горнера. Отношение делимости в кольцах. Условие однозначности разложения любого многочлена на простые множители. НОД и НОК. Свойства НОД и НОК. Теорема о НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Теорема о бесконечности множества неприводимых многочленов в $\mathbb{Z}[x]$. Прimitивные многочлены. Теорема Гаусса о содержании произведения многочленов. Критерий неприводимости Эйзенштейна

Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

- 1 2. В кольце $\mathbb{Z}_m[x]$ найдите НОД и НОК многочленов:
 - а) б)
- 1 3. С помощью алгоритма Евклида найдите линейное выражение НОД двух многочленов из $\mathbb{Z}_m[x]$:
 - а) б)
- 1 4. Разделите с остатком многочлен $P(x)$ на $Q(x)$:
 - а)
 - б)
- 1 5. С помощью схемы Горнера разложить многочлен $P(x)$ по степеням $x - a$ и найти значения его производных в точке a .
- 2 6. Найдите делитель $Q(x)$, если известны делимое $P(x)$, частное $R(x)$ и остаток $S(x)$ в кольце $\mathbb{Z}_m[x]$:
 - а)
 - б)
- 1 7. Найдите значения a и b , при которых многочлен $P(x)$ делится на многочлен $Q(x)$:
 - а) б)
- 1 8. При каких значениях a многочлен $P(x)$ делится на $Q(x)$?
- 2 9. Используя схему Горнера, найдите
 - а) б)

Задания для самостоятельной работы.

- 1 Поле отношений целостного кольца.
- 2 Поле рациональных дробей.
- 3 Простейшие дроби.
- 4 Углубленное изучение материалов темы.

Тема 4. Корни многочленов (ОПК-1)

Лекция.

Корни многочленов. Теорема Безу. Кратные корни многочлена. Теорема о разложении многочлена на линейные множители. Следствия. Теорема об изоморфизме кольца многочленов кольца полиномиальных функций. Дифференцирование в кольце многочленов. Производная n -ого порядка. Необходимое и достаточное условие кратности корня многочлена. Теорема о кратных неприводимых множителях многочлена. Следствия. Формулы Виета.

Практическое занятие.

Некоторые типовые задания:

Найдите рациональные корни многочлена

2. Разложите многочлен на множители
3. Решите уравнение:
4. Разложите многочлен на множители, неприводимые над полем F :
5. Зная, что число α является корнем многочлена $P(x)$, найдите остальные его корни:
6. Найдите нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий простой корень α и двукратный корень β
7. Разложите многочлен на множители, неприводимые над полем F :
8. Проверьте, будет ли число α корнем многочлена $P(x)$ если β корень, определите его кратность.

Задания для самостоятельной работы.

1. Дискриминант многочлена.
2. Дискриминант многочлена, имеющего кратные корни.
3. Дискриминант многочлена третьей степени.

Тема 5. Многочлены от нескольких переменных.

Симметрические многочлены (ОПК-1)

Лекция.

Многочлены от нескольких переменных. Однородные многочлены. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Результат. Теорема о равенстве нулю результата двух многочленов. Результат многочленов, раскладывающихся на линейные множители.

Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

Некоторые типовые задания.

1. Выразить через элементарные симметрические многочлены
2. Найти значение симметрического многочлена S_k от корней многочлена $P(x)$
3. Найти значение симметрического многочлена S_k от корней многочлена $P(x)$
4. Вычислить S_k , где α, β - корни уравнения $P(x) = 0$.
5. Пусть α, β, γ - корни трехчлена $P(x)$, чему равно S_3 ?

Задания для самостоятельной работы.

- 1 Симметрические многочлены в комбинаторике. Многочлены Шура.
- 2 Комбинаторное описание многочленов Шура. Таблицы Юнга.
- 3 Соответствие Робинсона-Шенстеда-Кнута.

Тема 6. Многочлены над полями комплексных и действительных чисел

(ОПК-1)

Лекция.

Алгебраически замкнутые поля. Основная теорема алгебры. Поле комплексных чисел. Геометрическое истолкование действий с комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня в поле комплексных чисел. Многочлены с комплексными коэффициентами. Многочлены с вещественными коэффициентами. Разложение многочлена на неприводимые множители в $\mathbb{C}$. Простейшие дроби над полями действительных и комплексных чисел. Уравнение третьей степени. Исследование корней уравнения третьей степени с действительными коэффициентами. Уравнение четвертой степени. Метод Феррари. Проблема локализации корней многочлена. Система полиномов Штурма. Теорема Штурма.

Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

Некоторые типовые задания.

1. Найти нормализованный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий:
 - а) простые корни $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ и корень β кратности 2;
 - г) простой корень α , корень β кратности 2 и корень γ кратности 3.
2. Разложить на неприводимые множители над полями $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$ многочлен:
 - а) $x^4 - 5x^2 + 4$; б) $x^4 - 1$; в) $x^4 + 4$; г) $x^4 - 4$.
3. При каких значениях a многочлен $x^3 + ax^2 + 1$ имеет кратный множитель?
4. Решите уравнение:
 - а) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$; б) $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$.
5. Найдите рациональные корни многочлена:
 - а) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$;
 - б) $x^3 - 3x^2 + 2x - 1$.
6. Зная, что число α является корнем многочлена $P(x)$, найдите остальные его корни.
7. Определите значения буквенных коэффициентов многочлена $x^3 + ax^2 + bx + c$ так, чтобы число α было его корнем кратности не ниже 2.

Задания для самостоятельной работы.

1. Докажите, что конечное поле не может быть алгебраически замкнутым.
2. Найдите все многочлены третьей степени, неприводимые над полем $\mathbb{R}$.
3. Найдите все многочлены второй степени, неприводимые над полем $\mathbb{R}$.
4. Известно, что числа α, β, γ являются корнями многочлена $P(x)$. Найдите многочлен, имеющий корнями числа:
 - 1 $\alpha + \beta, \alpha + \gamma, \beta + \gamma$;
 - 2 $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$;
 - 3 $\alpha^3, \beta^3, \gamma^3$;
 - 4 $\alpha^4, \beta^4, \gamma^4$;
 - 5 $\alpha^5, \beta^5, \gamma^5$;
 - 6 $\alpha^6, \beta^6, \gamma^6$;
 - 7 $\alpha^7, \beta^7, \gamma^7$;
 - 8 $\alpha^8, \beta^8, \gamma^8$;
 - 9 $\alpha^9, \beta^9, \gamma^9$;
 - 10 $\alpha^{10}, \beta^{10}, \gamma^{10}$;
 - 11 $\alpha^{11}, \beta^{11}, \gamma^{11}$;
 - 12 $\alpha^{12}, \beta^{12}, \gamma^{12}$;
 - 13 $\alpha^{13}, \beta^{13}, \gamma^{13}$;
 - 14 $\alpha^{14}, \beta^{14}, \gamma^{14}$;
 - 15 $\alpha^{15}, \beta^{15}, \gamma^{15}$;
 - 16 $\alpha^{16}, \beta^{16}, \gamma^{16}$;
 - 17 $\alpha^{17}, \beta^{17}, \gamma^{17}$;
 - 18 $\alpha^{18}, \beta^{18}, \gamma^{18}$;
 - 19 $\alpha^{19}, \beta^{19}, \gamma^{19}$;
 - 20 $\alpha^{20}, \beta^{20}, \gamma^{20}$;
 - 21 $\alpha^{21}, \beta^{21}, \gamma^{21}$;
 - 22 $\alpha^{22}, \beta^{22}, \gamma^{22}$;
 - 23 $\alpha^{23}, \beta^{23}, \gamma^{23}$;
 - 24 $\alpha^{24}, \beta^{24}, \gamma^{24}$;
 - 25 $\alpha^{25}, \beta^{25}, \gamma^{25}$;
 - 26 $\alpha^{26}, \beta^{26}, \gamma^{26}$;
 - 27 $\alpha^{27}, \beta^{27}, \gamma^{27}$;
 - 28 $\alpha^{28}, \beta^{28}, \gamma^{28}$;
 - 29 $\alpha^{29}, \beta^{29}, \gamma^{29}$;
 - 30 $\alpha^{30}, \beta^{30}, \gamma^{30}$;
 - 31 $\alpha^{31}, \beta^{31}, \gamma^{31}$;
 - 32 $\alpha^{32}, \beta^{32}, \gamma^{32}$;
 - 33 $\alpha^{33}, \beta^{33}, \gamma^{33}$;
 - 34 $\alpha^{34}, \beta^{34}, \gamma^{34}$;
 - 35 $\alpha^{35}, \beta^{35}, \gamma^{35}$;
 - 36 $\alpha^{36}, \beta^{36}, \gamma^{36}$;
 - 37 $\alpha^{37}, \beta^{37}, \gamma^{37}$;
 - 38 $\alpha^{38}, \beta^{38}, \gamma^{38}$;
 - 39 $\alpha^{39}, \beta^{39}, \gamma^{39}$;
 - 40 $\alpha^{40}, \beta^{40}, \gamma^{40}$;
 - 41 $\alpha^{41}, \beta^{41}, \gamma^{41}$;
 - 42 $\alpha^{42}, \beta^{42}, \gamma^{42}$;
 - 43 $\alpha^{43}, \beta^{43}, \gamma^{43}$;
 - 44 $\alpha^{44}, \beta^{44}, \gamma^{44}$;
 - 45 $\alpha^{45}, \beta^{45}, \gamma^{45}$;
 - 46 $\alpha^{46}, \beta^{46}, \gamma^{46}$;
 - 47 $\alpha^{47}, \beta^{47}, \gamma^{47}$;
 - 48 $\alpha^{48}, \beta^{48}, \gamma^{48}$;
 - 49 $\alpha^{49}, \beta^{49}, \gamma^{49}$;
 - 50 $\alpha^{50}, \beta^{50}, \gamma^{50}$;
 - 51 $\alpha^{51}, \beta^{51}, \gamma^{51}$;
 - 52 $\alpha^{52}, \beta^{52}, \gamma^{52}$;
 - 53 $\alpha^{53}, \beta^{53}, \gamma^{53}$;
 - 54 $\alpha^{54}, \beta^{54}, \gamma^{54}$;
 - 55 $\alpha^{55}, \beta^{55}, \gamma^{55}$;
 - 56 $\alpha^{56}, \beta^{56}, \gamma^{56}$;
 - 57 $\alpha^{57}, \beta^{57}, \gamma^{57}$;
 - 58 $\alpha^{58}, \beta^{58}, \gamma^{58}$;
 - 59 $\alpha^{59}, \beta^{59}, \gamma^{59}$;
 - 60 $\alpha^{60}, \beta^{60}, \gamma^{60}$;
 - 61 $\alpha^{61}, \beta^{61}, \gamma^{61}$;
 - 62 $\alpha^{62}, \beta^{62}, \gamma^{62}$;
 - 63 $\alpha^{63}, \beta^{63}, \gamma^{63}$;
 - 64 $\alpha^{64}, \beta^{64}, \gamma^{64}$;
 - 65 $\alpha^{65}, \beta^{65}, \gamma^{65}$;
 - 66 $\alpha^{66}, \beta^{66}, \gamma^{66}$;
 - 67 $\alpha^{67}, \beta^{67}, \gamma^{67}$;
 - 68 $\alpha^{68}, \beta^{68}, \gamma^{68}$;
 - 69 $\alpha^{69}, \beta^{69}, \gamma^{69}$;
 - 70 $\alpha^{70}, \beta^{70}, \gamma^{70}$;
 - 71 $\alpha^{71}, \beta^{71}, \gamma^{71}$;
 - 72 $\alpha^{72}, \beta^{72}, \gamma^{72}$;
 - 73 $\alpha^{73}, \beta^{73}, \gamma^{73}$;
 - 74 $\alpha^{74}, \beta^{74}, \gamma^{74}$;
 - 75 $\alpha^{75}, \beta^{75}, \gamma^{75}$;
 - 76 $\alpha^{76}, \beta^{76}, \gamma^{76}$;
 - 77 $\alpha^{77}, \beta^{77}, \gamma^{77}$;
 - 78 $\alpha^{78}, \beta^{78}, \gamma^{78}$;
 - 79 $\alpha^{79}, \beta^{79}, \gamma^{79}$;
 - 80 $\alpha^{80}, \beta^{80}, \gamma^{80}$;
 - 81 $\alpha^{81}, \beta^{81}, \gamma^{81}$;
 - 82 $\alpha^{82}, \beta^{82}, \gamma^{82}$;
 - 83 $\alpha^{83}, \beta^{83}, \gamma^{83}$;
 - 84 $\alpha^{84}, \beta^{84}, \gamma^{84}$;
 - 85 $\alpha^{85}, \beta^{85}, \gamma^{85}$;
 - 86 $\alpha^{86}, \beta^{86}, \gamma^{86}$;
 - 87 $\alpha^{87}, \beta^{87}, \gamma^{87}$;
 - 88 $\alpha^{88}, \beta^{88}, \gamma^{88}$;
 - 89 $\alpha^{89}, \beta^{89}, \gamma^{89}$;
 - 90 $\alpha^{90}, \beta^{90}, \gamma^{90}$;
 - 91 $\alpha^{91}, \beta^{91}, \gamma^{91}$;
 - 92 $\alpha^{92}, \beta^{92}, \gamma^{92}$;
 - 93 $\alpha^{93}, \beta^{93}, \gamma^{93}$;
 - 94 $\alpha^{94}, \beta^{94}, \gamma^{94}$;
 - 95 $\alpha^{95}, \beta^{95}, \gamma^{95}$;
 - 96 $\alpha^{96}, \beta^{96}, \gamma^{96}$;
 - 97 $\alpha^{97}, \beta^{97}, \gamma^{97}$;
 - 98 $\alpha^{98}, \beta^{98}, \gamma^{98}$;
 - 99 $\alpha^{99}, \beta^{99}, \gamma^{99}$;
 - 100 $\alpha^{100}, \beta^{100}, \gamma^{100}$;

Тема 7. Многочлены над полем рациональных чисел (ОПК-1)

Лекция.

Теорема Эйзенштейна (критерий неприводимости в $\mathbb{Q}$). Алгебраические и трансцендентные элементы. Алгебраические и трансцендентные числа. Простое алгебраическое расширение поля. Минимальный многочлен алгебраического элемента. Строение простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Конечное расширение поля. Простота составного алгебраического расширения поля. Поле алгебраических чисел. Алгебраическая замкнутость поля алгебраических чисел. Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.

Практическое занятие.

Занятие проводится в форме семинара и включает: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений.

Некоторые типовые задания.

- Доказать неприводимость над полем рациональных чисел многочлена:
 -
 -
 -
- Разложить на неприводимые множители над полями $\mathbb{Q}$ и $\mathbb{R}$ многочлен:
 -
 -
- Доказать, что:
 - многочлен не имеет рациональных корней;
 - многочлен не имеет рациональных корней.
- Найти неизвестный коэффициент многочлена $P(x)$, если известно, что его корни образуют арифметическую прогрессию.
- Докажите, что число $\sqrt{2}$ является алгебраическим над полем $\mathbb{Q}$.

Задания для самостоятельной работы.

Углубленное изучение материалов темы.

Решение задач.

4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства

4.1. Распределение баллов:

3 семестр

- посещаемость – 10 баллов
- текущий контроль – 40 баллов
- контрольные срезы – 2 среза по 10 баллов каждый
- премиальные баллы – 20 баллов
- ответ на экзамене: не более 30 баллов

Распределение баллов по заданиям:

№ темы	Название темы / вид учебной работы	Формы текущего контроля / срезы	Мак. кол-во баллов	Методика проведения занятия и оценки

1.	Теория делимости на множестве целых чисел	Выполнение практических заданий	10	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
2.	Теория сравнений	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
3.	Многочлены от одной переменной	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
4.	Корни многочленов	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.

5.	Многочлены от нескольких переменных. Симметрические многочлены	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
6.	Многочлены над полями комплексных и действительных чисел	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
7.	Многочлены над полем рациональных чисел	Выполнение практических заданий	5	3 балла – задача решена верно, метод выбран наиболее рационально, студент грамотно отвечает на все поставленные преподавателем вопросы; 2 балла – задача решена верно, но при этом использован не самый рациональный метод (или студент неуверенно отвечает на поставленные вопросы, ошибается, но сам себя исправляет); 1 балл – студент может правильно решить задачу только с помощью наводящих вопросов преподавателя, но в процессе работы осваивает нужный учебный материал; 0 баллов – студент не может привести решение задачи и не может ответить на наводящие вопросы преподавателя и обнаруживает полную неподготовленность по изучаемой тематике.
		Контрольная работа(контрольный срез)	10	Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам, содержащим 5 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла.
8.	Посещаемость		10	10 баллов за отсутствие пропусков занятий без уважительных причин и регулярное выполнение всех заданий
9.	Премияльные баллы		20	Участие в студенческих олимпиадах – 10 баллов Участие в студенческих конференциях – 10 баллов
10.	Ответ на экзамене		30	10-17 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «удовлетворительно» 18-24 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «хорошо», 25-30 баллов – студент раскрыл основные вопросы и задания билета на оценку «отлично».
11.	Индивидуальные задания, с помощью которых можно набрать дополнительные баллы		50	Добор баллов: студент может предоставить все задания текущего контроля и задания контрольных срезов
12.	Итого за семестр		100	

Итоговая оценка по экзамену выставляется в 100-балльной шкале и в традиционной четырехбалльной шкале. Перевод 100-балльной рейтинговой оценки по дисциплине в традиционную четырехбалльную осуществляется следующим образом:

100-балльная система	Традиционная система
85 - 100 баллов	Отлично
70 - 84 баллов	Хорошо
50 - 69 баллов	Удовлетворительно
Менее 50	Неудовлетворительно

4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля

Выполнение практических заданий

Тема 1. Теория делимости на множестве целых чисел

Решение задач

Тема 2. Теория сравнений

Решение задач

Тема 3. Многочлены от одной переменной

Решение задач

Тема 4. Корни многочленов

Решение задач

Тема 5. Многочлены от нескольких переменных.
Симметрические многочлены

Решение задач

Тема 6. Многочлены над полями комплексных и действительных чисел

Решение задач

Тема 7. Многочлены над полем рациональных чисел

Решение задач

Контрольная работа

Тема 1. Теория делимости на множестве целых чисел

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

Тема 7. Многочлены над полем рациональных чисел

Самостоятельное выполнение заданий по индивидуальным билетам

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена

Типовые вопросы экзамена (ПК-7, ОПК-1)

Типовые вопросы для экзамена

1. Отношение делимости на множестве целых чисел и его свойства.
2. Деление с остатком.
3. Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел.
4. Понятие сравнения по заданному модулю. Свойства сравнений.
5. Теоремы Эйлера и Ферма

Типовые задания для экзамена (ПК-7, ОПК-1)

Типовые задания для экзамена

- 1 Найти НОД и НОК трех заданных чисел.
- 2 Вычислить функцию Эйлера для заданного числа.
- 3 Найти полную и приведенную системы вычетов по заданному модулю.
- 4 Решить заданное сравнение.
- 5 Решить систему сравнений.
- 6 Разделить многочлен на многочлен с остатком.

4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Компетенции	Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата)
«отлично» (85 - 100 баллов)	ПК-7	
	ОПК-1	Отлично анализирует поставленную задачу, строит типовую математическую модель конкретного изучаемого явления
«хорошо» (70 - 84 баллов)	ПК-7	
	ОПК-1	Хорошо анализирует поставленную задачу и хорошо строит типовую математическую модель конкретного изучаемого явления
«удовлетворительно» (50 - 69 баллов)	ПК-7	
	ОПК-1	Удовлетворительно анализирует поставленную задачу и строит типовую математическую модель конкретного изучаемого явления
«неудовлетворительно» (менее 50 баллов)	ПК-7	
	ОПК-1	Не умеет анализировать поставленную задачу, не может построить типовую математическую модель конкретного изучаемого явления

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.

Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;

- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Основная литература:

1. Бондарь, В. В., Роженко, О. Д., Смирнов, А. А., Скворцова, О. И. Высшая алгебра : учебное пособие (курс лекций). - Весь срок охраны авторского права; Высшая алгебра. - Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2018. - 154 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/92679.html>
2. Кашапова Ф. Р., Кашапов И. А., Фоменко Т. Н. Высшая математика. Общая алгебра в задачах : Учебное пособие для вузов. - пер. и доп; 2-е изд.. - Москва: Юрайт, 2020. - 128 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/454116>
3. Фоменко Т. Н. Высшая математика. Общая алгебра. Элементы тензорной алгебры : Учебник и практикум для вузов. - Москва: Юрайт, 2020. - 121 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/454282>
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры : учебник. - 19-е изд., стер.. - СПб, М., Краснодар: Лань, 2013. - 432 с.

6.2 Дополнительная литература:

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру : [в 3-х ч.]. - М.: МЦНМО, 2009
2. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре. - 3-е изд., испр. и доп.. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 463 с.
3. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учеб. пособие. - Минск: Вышэйшая школа, 1982. - 223 с.
4. Кострикин А. И. Сборник задач по алгебре, I и II. Основы алгебры. Линейная алгебра и геометрия. - Москва: Физматлит, 2007. - 263 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82941>
5. Кострикин А. И. Сборник задач по алгебре, III. Основные алгебраические структуры. - Москва: Физматлит, 2007. - 263 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82942>

6. Фаддеев Д.К. Сборник задач по высшей алгебре, 1977. - с.

7. Дураков, Б. К. Краткий курс высшей алгебры и аналитической геометрии : учебник. - Весь срок охраны авторского права; Краткий курс высшей алгебры и аналитической геометрии. - Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2017. - 422 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/84222.html>

6.3 Иные источники:

1. Журнал «Успехи математических наук» - http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=tmf&option_lang=rus
2. Общероссийский математический портал - <http://www.MathNet.Ru>
3. База данных zbMath - <https://www.zbmath.org/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

LibreOffice

Операционная система "Альт Образование"

Microsoft Windows 10

Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
2. Российская государственная библиотека: официальный сайт. – URL: <https://www.rsl.ru>
3. Российская национальная библиотека: официальный сайт. – URL: <http://nlr.ru>
4. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prilib.ru>

Электронная информационно-образовательная среда

https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.